100 문제를 푸는 것보다
문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

원리탐구 중등수학

중1수학(하)

원리이해 및 내신대비 문제 **선행편**

Mathmatics The discovery of dharma

최경호 지음

홈페이지(www.m1239.co.kr) 동영상 강의 및 풀이

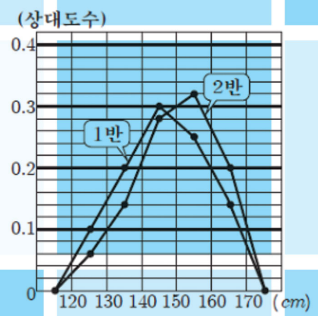
원리탐구

중1(하) 선행 편 차례

	생활과 수학	읽을거리
제 1강	1. 최소의 득표로 당선되는 득표수	1. 전체를 나타내는 하나 대표값
제 2강	1. 바닥을 빈틈없이 깔 수 있는 도형	1. 입사각과 반사각
제 3강	1. 정육각형을 크기와 모양이 같은 사각형 3개로 나누기	1. 3대 작도 불능 문제
제 4강	1. 강폭보다 작은 나무2개로 다리 놓아 강 건너기	1. 마름모로 별 모양 만들기
제 5강	1. 구부러진 복도를 지날 수 있는 가장 큰 식탁의 모양과 넓이	1. 아르키메데스가 원주율을 구한 방법
제 6강	1. 축구볼 만들기	1. 날카로운 불은 정사면체, 안정된 흙은 정육면체
제 7강	1. 유리잔의 물의 양의 비	1. 거대한 곤충의 습격?

제 1 강

도수분포와 그래프



1. 줄기와 잎 그림

(1) 변량: 점수, 키, 몸무게, 성적 등과 같이 자료를 수량으로 나타낸 것
(2) 줄기: 오른쪽 그림과 같이 세로 선의 왼쪽에 있는 수
(3) 잎: 오른쪽 그림과 같이 세로 선의 오른쪽에 있는 수
(4) 줄기와 잎 그림: 줄기와 잎을 이용하여 자료를 나타낸 그림
(5) 줄기와 잎 그림을 그리는 순서

① 변량의 큰 단위를 줄기로, 작은 단위를 잎으로 정한다.
② 세로 선을 긋고 세로 선의 왼쪽에 줄기의 숫자를 세로로, 세로 선의 오른쪽에 잎의 숫자를 가로로 작은 값부터 크기순으로 쓴다.
③ 줄기|잎을 설명한다.
④ 줄기와 잎 그림에 알맞은 제목을 붙인다.

수학 성적
(7|2은 72점)

줄기	잎
5	0 5 6
6	0 2 4 5 9
7	0 2 5 6 6 8
8	1 3 4 5 8
9	0 0 2 5 5 9

(6) 주의 사항

① 줄기는 중복된 수를 한번만 쓰고, 중복되는 잎은 생략하지 않고 **중복되는 횟수만큼** 나열한다.
② 조사한 자료의 개수와 잎의 개수가 같아야 한다.

2. 도수분포표

(1) 계급: 변량을 일정한 간격으로 나눈 구간

① 계급의 크기: 구간의 너비(구간의 폭) 또는 계급의 양 끝 값의 차
② 계급의 개수: 구간의 수
③ 계급값: 계급을 대표하는 값으로서 계급의 중앙값, 즉

a 이상 b 미만인 계급의 계급값은 $\dfrac{a+b}{2} \Rightarrow \dfrac{(\text{계급의 양 끝값의 합})}{2}$

예) 60점 이상 70점 미만인 계급의 계급값은 $\dfrac{60+70}{2}=65$점이다.

계급(점)	도수(명)
50이상 ~ 60미만	5
60 ~ 70	8
70 ~ 80	13
80 ~ 90	10
90 ~ 100	4
합 계	40

(2) 도수: 각 계급에 속하는 자료의 수
(3) 도수분포표: 전체의 자료를 몇 개의 계급으로 나누고, 각 계급에 속하는 도수를 조사하여 나타낸 표
(4) 도수분포표 만드는 순서

① 변량 중 가장 작은 값과 가장 큰 값을 찾는다.
② 이들이 포함되는 구간을 일정한 간격으로 나누어 계급을 정한다.
③ 각 계급에 속하는 변량의 수를 세어서 계급의 도수를 구한다.

3. 도수분포표에서의 평균

(1) 평균: 자료의 특징이나 자료 전체의 경향을 하나의 수 값으로 대표하여 나타낼 수 있는데 주로 평균을 많이 사용한다. 평균은 변량의 총합을 변량의 개수로 나눈 값이다.

$$\text{평균} = \frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$$

(2) 도수분포표에서의 평균: 정확한 변량을 알 수 없으므로 각 계급의 계급값을 이용하여 다음과 같이 구한다.

① 각 계급의 계급값을 구한다.

② 각 계급에 대하여 (계급값)×(도수)를 구한다.

③ ②의 총합을 구한다.

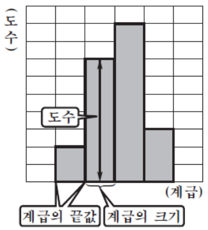
④ ③의 값을 도수의 총합으로 나눈다.

$$\text{평균} = \frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

4. 히스토그램

(1) 히스토그램: 가로축에 계급, 세로축에 도수를 잡고 각 계급의 크기를 가로, 그 계급에 속하는 도수를 세로로 하는 직사각형을 그린 그래프를 히스토그램이라고 한다.

(2) 히스토그램 그리는 순서



① 가로축에 각 계급의 양 끝 값을 차례로 나타낸다.

② 세로축에 도수를 나타낸다.

③ 각 계급의 크기를 가로로, 도수를 세로로 하는 직사각형을 차례로 그린다.

(참고) 히스토그램에서는 다음을 나타낸다.

· 계급의 개수: 직사각형의 개수

· 계급의 크기: 직사각형의 가로의 길이

· 도수: 직사각형의 세로의 길이

(3) 히스토그램의 특징

① 도수분포표보다 도수의 분포 상태를 쉽게 알아볼 수 있다.

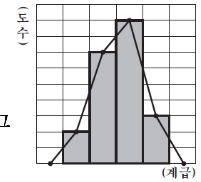
즉, 각 계급에 속하는 자료의 수가 많고 적음을 한눈에 알 수 있다.

② 각 직사각형에서 가로의 길이는 계급의 크기로 일정하므로 직사각형의 넓이는 세로의 길이인 각 계급의 도수에 정비례한다.

(직사각형의 넓이의 합)=(계급의 크기)×(도수의 총합)

5. 도수분포다각형

(1) 도수분포다각형: 히스토그램에서 각 직사각형의 윗변의 중점을 차례로 선분으로 연결하고, 양 끝은 도수가 0인 계급을 하나씩 추가하여 그 중점과 연결해서 만든 다각형 모양의 그래프를 도수분포다각형이라고 한다.



(2) 도수분포다각형의 특징

① 도수의 분포 상태를 연속적으로 관찰할 수 있다.

② 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같다.

③ 2개 이상의 자료를 비교해볼 때 히스토그램보다 편리하다.

6. 상대도수

(1) 상대도수: 각 계급의 도수가 전체도수에서 차지하는 비율 즉 각 계급의 도수를 도수의 합으로 나눈 값이다.

$$(\text{어떤 계급의 상대도수}) = \frac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{전체 도수})}$$

(2) 상대도수의 특징

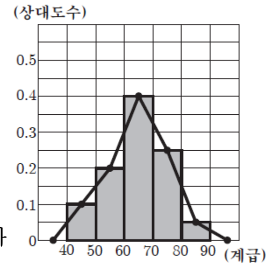
① 상대도수의 총합은 항상 1이다.

② 전체도수가 다른 두 가지 이상의 자료의 분포 상태를 비교할 때 상대도수를 이용하면 편리하다.

③ 각 계급의 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례한다.

(3) 상대도수의 분포표: 각 계급의 상대도수를 나타낸 표

(4) 상대도수의 그래프: 상대도수의 분포 표를 히스토그램이나 도수분포다각형 모양으로 나타낸 그래프



(5) 상대도수의 그래프 그리기

① 가로축에는 계급의 양 끝 값을 써 넣는다.

② 세로축에는 상대도수를 써 넣는다.

③ 히스토그램이나 도수분포다각형과 같은 모양으로 그린다.

※ TV시청률, 선거의 투표율, 제품의 시장 점유율과 같이 자료의 수가 매우 많은 경우에 상대도수가 활용된다.

1 선행예제

원리탐구

그림은 수돌이네 반 학생들의 국어 성적을 조사하여 나타낸 줄기와 잎 그림이다. 다음을 구하여라.

수학 성적
(9|2는 92점)

줄기	잎
5	2 4 7
6	0 2 2 5 8
7	1 3 6 6 8 8 9
8	0 2 3 5 6 7
9	0 2 2 8 9

(1) 전체 학생 수

(2) 잎이 가장 많은 줄기

(3) 60점 이하는 재시험을 본다면 재시험을 봐야할 학생 수

(4) 성적이 9번째로 좋은 학생의 점수

풀이 답: (1) 26명 (2) 7 (3) 4명 (4) 83점

(1) 전체 학생 수는 잎의 개수와 같으므로 모두 26명이다.
(2) 잎이 가장 많은 줄기는 잎이 7개인 7이다.
(3) 60점 이하는 60점을 포함하므로 50점대 3명을 포함해 4명이다.
(4) 줄기와 잎 그림에서 8번째로 큰 수가 83이므로 구하는 점수는 83점이다.

유제 1

다음 그림은 수순이네 반 학생들의 한 학기 동안의 봉사 활동 시간을 조사하여 나타낸 줄기와 잎 그림이다. 물음에 답하여라.

봉사 활동 시간
(2|1|8은 남학생에서 12시간, 여학생에서 18시간)

잎(남학생)	줄기	잎(여학생)
9 9 7	0	8
8 6 5 1 0	1	2 5 6 7 8 8
8 5 5 4 0	2	0 0 4 5 6 8 9
7 5	3	2 8

(1) 가장 많은 변량이 속한 줄기를 말하여라.

(2) 봉사 활동 시간이 가장 많은 학생의 봉사 활동 시간은 몇 시간인지 구하여라.

(3) 봉사 활동 시간이 24시간 이상 32시간 미만인 학생 수를 구하여라.

2 선행예제

원리탐구

아래 표는 수돌이네 학급 학생 50명에 대한 도덕 성적을 조사한 것이다. 다음을 구하여라.

점수 (점)	도수(명)
$40^{이상}$~$50^{미만}$	3
50 ~ 60	
A	13
70 ~ 80	18
80 ~ 90	7
90 ~ 100	4
합계	50

(1) 표의 이름　　(2) 계급의 개수
(3) 계급의 크기　　(4) A에 알맞은 계급
(5) 도수가 가장 큰 계급의 계급값
(6) 87점인 학생이 속하는 계급
(7) 50점 이상 60점 미만인 계급의 도수
(8) 70점 미만인 학생이 전체에 차지하는 비율(%)
(9) 점수가 높은 쪽에서 10등인 학생이 속해 있는 계급
(10) 다음 중 위 표에서 변량에 해당하는 것은?
① 점수　② 학생 수　③ 합계　④ 계급값　⑤ 답이 없다.

풀이 답: 풀이 참조

(1) 도수분포표　(2) 6개　(3) $50-40=10$(점)
(4) 계급의 크기가 10이므로 60점 이상 70점미만
(5) 도수가 가장 큰 계급은 70점 이상 80점 미만이므로 계급값은 $\frac{70+80}{2}=75$이다.
(6) 80점 이상 90점미만　(7) $50-(3+13+18+7+4)=5$(명)
(8) 70점 미만인 학생 수는 $3+5+13=21$(명)이므로 $\frac{21}{50}\times 100=42$(%)이다.
(9) 80점 이상 90점미만　(10) ①

유제 2

다음 도수분포표는 학돌이네 반 학생 40명의 키를 조사하여 만든 것이다. 다음을 구하여라.

키 (cm)	학생 수(명)
$140^{이상}$ ~ $145^{미만}$	4
145 ~ 150	10
150 ~ 155	16
155 ~ 160	A
160 ~ 165	3
165 ~ 170	1
합계	40

(1) 계급의 크기

(2) A에 알맞은 수

(3) 도수가 가장 큰 계급의 계급값

(4) 계급값이 $147.5cm$인 계급의 도수

3 선행예제

원리탐구

다음 표는 수순이네 반 학생들의 운동시간을 나타낸 표이다. 계급값이 7시간인 계급의 학생 수는 운동시간이 8시간 미만인 학생 수의 50%라 할 때, 평균 운동시간을 구하여라.

운동시간(시간)	학생수(명)
$2^{이상}$~$4^{미만}$	2
4~6	4
6~8	A
8~10	B
10~12	4
합계	20

풀이 답: 7.4 시간

계급값이 7시간인 계급의 학생 수 A는 운동시간이 8시간 미만인 학생 수 $2+4+A$의 50%이므로 $A=(2+4+A)\times\frac{50}{100}$, $A=6$명이다. 그러므로 $B=20-(2+4+6+4)=4$이다.

(해1) 따라서 평균은 $\frac{3\times2+5\times4+7\times6+9\times4+11\times4}{20}=7.4$시간이다.

(해2) 가평균을 7로 하여 다음과 같이 계산하면 조금 더 편리하다.

$$7+\frac{(-4)\times2+(-2)\times4+0+2\times4+4\times4}{20}=7+\frac{8}{20}=7.4$$

유제 3

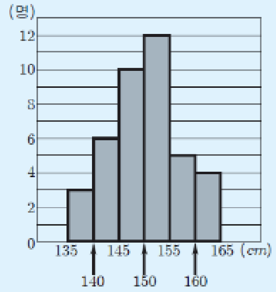
다음 도수분포표에서 평균을 구하여라.

계급	도수
$50^{이상}$ ~ $60^{미만}$	3
60 ~ 70	4
70 ~ 80	5
80 ~ 90	5
90 ~ 100	3
합계	20

4 선행예제

원리탐구

그림은 수순이네 반 학생들의 키를 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 다음을 구하여라.



(1) 계급의 크기 (2) 계급의 수

(3) 조사한 학생의 총수

(4) 키가 155cm이상인 학생이 전체에 대하여 차지하는 비율(%)

(5) 키가 8번째로 큰 학생이 속해 있는 계급

(6) 도수가 가장 큰 계급의 계급값

(7) 직사각형의 넓이의 합

풀이 답: (1) 5(cm) (2) 6개 (3) 40(명) (4) 22.5% (5) 155cm이상 160cm미만 (6) 152.5(cm) (7) 200

(1) 계급의 크기: $140-135=5$(cm) (2) 계급의 수: 6개

(3) 각 직사각형의 세로의 길이를 모두 더하면 되므로 $3+6+10+12+5+4=40$(명)이다.

(4) 155cm이상 160cm미만인 학생이 5명, 160cm이상 165cm미만인 학생이 4명이므로 155cm이상인 학생 수는 $5+4=9$(명)이다. $\therefore \frac{9}{40}\times100=22.5$%

(5) 155cm이상 160cm미만

(6) 도수가 가장 큰 계급은 150cm이상 155cm미만이므로 계급값은 $\frac{150+155}{2}=152.5$(cm)이다.

(7) 각 직사각형의 가로의 길이는 계급의 크기인 5로 일정하고, 세로는 도수이다. 따라서 직사각형의 넓이의 합은 (계급의 크기)×(도수의 합)이므로 $5\times(3+6+10+12+5+4)=5\times40=200$이다.

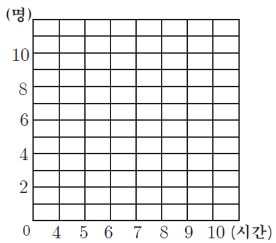
유제 4

다음 표는 수돌이네 반 학생들의 하루 수면 시간을 조사하여 만든 도수분포표이다. 이 표를 히스토그램으로 나타내어라.

수면시간(시간)	학생 수(명)
$4^{이상}$ ~ $5^{미만}$	1
5 ~ 6	7
6 ~ 7	10
7 ~ 8	11
8 ~ 9	4
9 ~ 10	2
합계	35

〈도수분포표〉

⇨

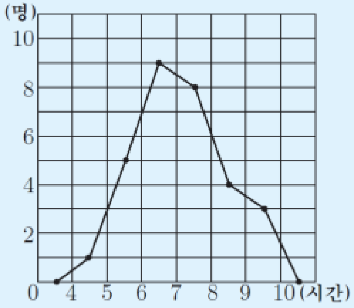


〈히스토그램〉

5 선행예제

원리탐구

그림은 수돌이네 반 학생들의 하루 평균 시험공부 시간을 조사하여 나타낸 도수분포다각형이다. 다음을 구하여라.



(1) 전체 학생 수

(2) 계급의 크기

(3) 도수가 가장 큰 계급의 계급값

(4) 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이

풀이 답: (1) 30명 (2) 1시간 (3) 6.5시간 (4) 30

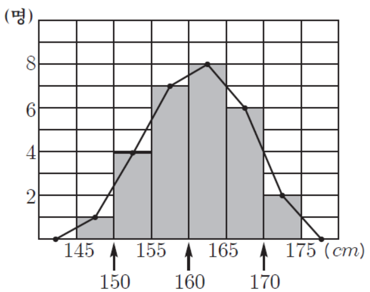
(1) $1+5+9+8+4+3=30$(명) (2) 1시간

(3) 도수가 가장 큰 계급은 6시간 이상 7시간 미만이므로 계급값은 $\frac{6+7}{2}=6.5$(시간)

(4) (계급의 크기)$\times$(도수의 총합)$=1\times30=30$

유제 5

그림은 수돌이네 반 학생들의 키를 조사하여 나타낸 히스토그램과 도수분포다각형이다. 다음을 구하여라.



(1) 전체 학생 수 (2) 계급의 개수

(3) 도수가 7명인 계급의 계급값

(4) 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과의 차이

6 선행예제

원리탐구

다음 표는 수순이네 반 학생 50명의 키를 조사하여 나타낸 상대도수의 분포표이다. 다음을 구하여라.

키(cm)	상대도수
140이상~150미만	0.2
150~160	0.22
160~170	A
170~180	0.24
합계	B

(1) A, B의 값

(2) 키가 160cm 이상인 학생의 전체에 대한 비율(%)

(3) 키가 160cm이상 170cm 미만인 학생 수

풀이 답: (1) $A=0.34$, $B=1$ (2) 58% (3) 17명

(1) $A=1-(0.2+0.22+0.24)=0.34$, 상대도수의 합은 항상 $B=1$이다.

(2) $(0.34+0.24)\times100=58(\%)$ (3) $50\times0.34=17$(명)

유제 6

다음 표는 어느 회사의 남자 사원의 한 달 용돈을 조사하여 상대도수의 분포표로 나타낸 것이다. 30 만원 이상 쓰는 사원이 195 명일 때, 다음을 구하여라.

계급(만원)	상대도수
15이상 ~ 20미만	0.06
20 ~ 25	0.11
25 ~ 30	x
30 ~ 35	0.35
35 ~ 40	0.21
40 ~ 45	0.09
합 계	

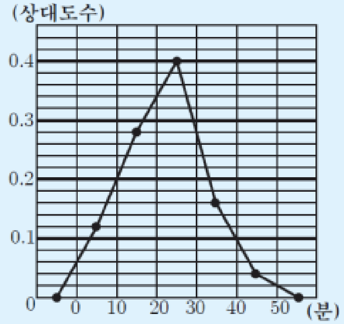
(1) 전체 도수

(2) 25 만원 이상 30 만원 미만을 쓰는 사원의 수

7 선행예제

원리탐구

그래프는 수순이네 반 학생 30명의 통학 시간에 대한 상대도수를 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.



(1) 통학 시간이 10분 이상 20분 미만인 계급의 상대도수를 구하여라.

(2) 통학 시간이 30분 이상 50분 미만인 학생은 전체의 몇 %인지 구하여라.

(3) 통학 시간이 20분 이상 30분 미만인 학생 수를 구하여라.

풀이 답: (1) 0.28 (2) 20% (3) 12명

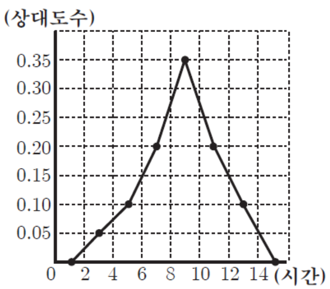
(1) 통학시간이 10분 이상 20분 미만인 계급의 상대도수는 0.28이다.

(2) $(0.16+0.04)\times 100 = 0.2\times 100 = 20(\%)$

(3) (도수)=(도수의 총합)×(그 계급의상대도수)이므로 $30\times 0.4 = 12$(명)이다.

유제 7

그림은 1주일 동안의 건영이네 반 학생들의 독서 시간에 대한 상대도수의 분포를 그래프로 나타낸 것이다. 다음을 구하여라.



(1) 독서 시간이 4시간 이상 6시간 미만인 학생이 4명일 때 전체 학생 수

(2) 독서 시간이 8시간 미만인 학생의 비율

(3) 전체 학생 수가 100명일 때 독서시간이 6시간 이상 8시간 미만인 학생 수

(4) 독서 시간이 10시간 이상인 학생은 전체의 비율(%)

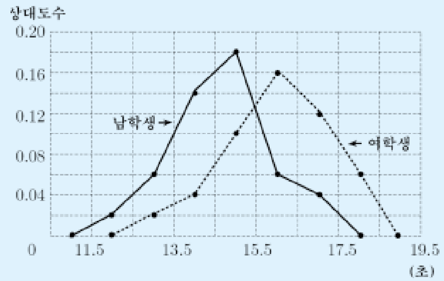
8 선행예제

원리탐구

어느 중학교 1학년 남, 여학생의 $100m$달리기 기록에 대한 상대도수의 분포를 나타낸 그래프이다. 옳은 설명을 모두 고르면? (정답 2개)

① 남학생 기록이 여학생 기록보다 좋다.

② 여학생의 기록 중 도수가 가장 큰 계급의 계급값은 16초이다.



③ 남학생이 총 50명이라면 그 중 계급값이 15초인 학생은 6명이다.

④ 남학생인 수돌이의 기록이 16.5초라면 수돌이는 비교적 잘 달린다고 말할 수 있다.

⑤ 여학생 중 15.5초미만의 기록을 가진 학생은 10%이다.

풀이 답: ①, ②

① 달리기 시간이 작을수록 기록이 좋다.

② 여학생의 기록 중 도수가 가장 큰 계급은 15.5초이상 16.5미만이므로 계급값은 16초이다.

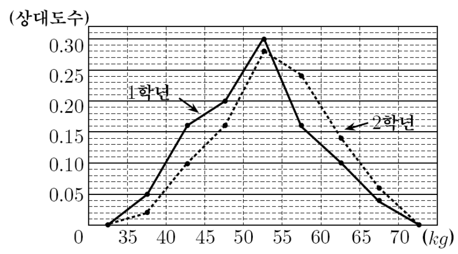
③ $50\times 0.18 = 9$명

④ 수돌이의 기록 16.5초는 평균을 넘었으므로 수돌이는 비교적 잘 달린다고 말할 수 없다.

⑤ $0.02+0.04+0.1 = 0.16$이므로 $0.16\times 100 = 16\%$이다.

유제 8

다음 그림은 A중학교 1학년과 2학년 학생의 몸무게에 대한 상대도수의 분포다각형이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① 1학년 학생들의 몸무게가 2학년 학생들의 몸무게보다 가볍다고 볼 수 있다.

② 두 상대도수의 분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 1학년과 2학년이 같다.

③ $50kg$이상 $55kg$미만인 학생은 1학년이 더 많다.

④ 1학년 전체에서 $55kg$이상인 학생은 30%이다.

⑤ $60kg$이상인 학생의 비율은 2학년이 더 높다.

종합문제

1. 그림은 수돌이네 반 학생들의 윗몸일으키기 기록을 조사하여 나타낸 줄기와 잎 그림이다. 다음을 구하여라.

윗몸일으키기 기록

(5|2는 52개)

줄기	잎
2	3 5 8
3	0 2 5 6
4	2 3 4 4 7 8 9
5	2 2 6 7 7
6	0

(1) 전체 학생 수

(2) 잎이 가장 많은 줄기

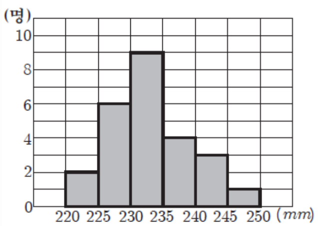
(3) 윗몸일으키기 기록의 평균

2. 다음은 수돌이네 반 남학생들의 몸무게를 조사하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 몸무게가 $40kg$ 대인 학생들의 몸무게의 합은 $30kg$ 대인 학생들의 몸무게의 합과 같다. □ 안에 알맞은 수를 구하여라.

남학생들의 몸무게 (4|5은 $45kg$)

줄기	잎					
2	7	9	9			
3	0	2	5	7	8	9
4	1	1	2	□	5	
5	1	3				

3. 그림은 어느 중학교 학생들의 신발 크기를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 다음을 구하여라.



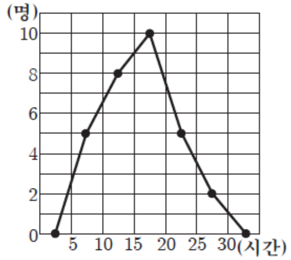
(1) 계급의 크기 (2) 전체 학생 수

(3) 도수가 가장 큰 계급의 계급값

(4) 신발 크기가 작은 쪽에서 5번째인 학생이 속하는 계급

(5) 신발 크기가 $235mm$이상인 학생은 전체의 몇 %인가?

4. 그림은 수돌이네 반 학생들의 1학기 봉사 활동 시간을 나타낸 도수분포다각형이다. 다음을 구하여라.



(1) 계급의 개수

(2) 봉사 활동 시간이 15시간 이상 20시간 미만인 학생 수

(3) 도수가 8명인 계급의 계급 값

(4) 수돌이네 반 전체 학생 수

5. A, B 두 종류의 밤을 각각 1자루씩 구입해 보니 각각에 들어있는 썩은 밤의 개수가 표와 같았다.

	전체의 밤의 개수(개)	썩은 밤의 개수(개)
A	120	18
B	200	20

(1) A밤 중 썩은 밤의 비율을 구하여라.

(2) B밤 중 썩은 밤의 비율을 구하여라.

(3) 두 종류의 밤 중 품질이 더 좋은 밤은 어느 것인지 구하여라.

6. 표는 수순이네 반 학생 20명의 몸무게를 조사하여 나타낸 상대도수의 분포표이다. 다음 물음에 답하여라.

몸무게(kg)	도수(명)	상대도수
40이상 ~ 45미만	2	0.1
45 ~ 50	5	A
50 ~ 55	9	B
55 ~ 60	C	0.15
60 ~ 65	1	0.05
합계	20	D

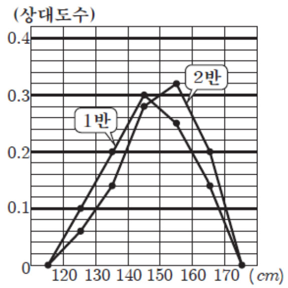
(1) A, B, C, D의 값을 구하여라.

(2) 도수가 가장 큰 계급의 상대도수를 구하여라.

(3) 몸무게가 $50kg$ 미만인 학생은 전체의 몇 %인지 구하여라.

7. 어느 도수분포표에서 도수가 8일 때 상대도수는 0.25이다. 도수가 a일 때 상대도수는 0.125이고 도수가 12일 때 상대도수는 b이다. 이때 $a+b$의 값을 구하여라.

8. 그림은 J중학교 1학년 1반과 2반 학생의 제자리멀리뛰기 기록에 대한 상대도수의 그래프이다. 다음 물음에 답하여라.



(1) 1반에서 도수가 가장 큰 계급의 계급값을 구하여라.

(2) 1반에서 멀리뛰기 기록이 130cm이상 140cm미만인 학생 수가 8명일 때 1반의 전체 학생 수를 구하여라.

(3) 1학년 1반과 2반 중 어느 반의 기록이 더 좋다고 말 할 수 있는가?

9. 다음 ( ) 안에 들어갈 용어의 순서가 맞게 배열된 것은?

변량을 일정한 간격으로 나눈 구간을 ( ), 구간의 나비를 ( ), 각 계급에 속하는 자료의 개수를 ( ), 각 계급의 도수를 조사하여 표로 만든 것을 ( )라 한다.

① 계급, 도수, 계급의 크기, 도수분포표
② 계급의 크기, 계급, 도수, 도수분포표
③ 계급, 계급의 크기, 도수, 도수분포표
④ 도수, 계급, 계급의 크기, 도수분포표
⑤ 계급, 도수, 계급의 크기, 도수분포표

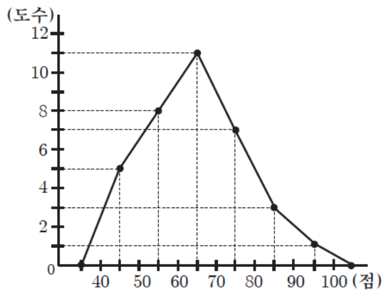
10. 다음 표는 어느 학급 학생들의 국어 성적에 대한 도수분포표이다. 국어 성적의 평균을 구하여라.

계급(점)	도수(명)
50이상 ~ 60미만	5
60 ~ 70	8
70 ~ 80	13
80 ~ 90	10
90 ~ 100	4
합 계	40

11. 어떤 도수분포표에서 계급의 크기가 3일 때 계급값이 65가 될 수 있는 변량 x의 범위는?

① $63.5 < x < 66.5$　② $63.5 \le x < 66.5$　③ $63.5 \le x \le 66.5$
④ $63.5 < x \le 66.5$　⑤ $63 \le x < 66$

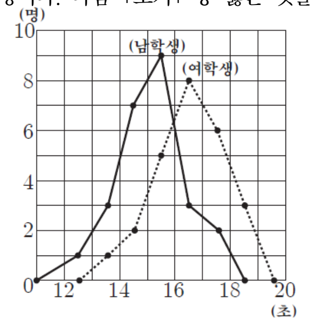
12. 다음 그래프는 어느 학급 학생들의 영어 성적을 도수분포 다각형으로 나타낸 것이다. [보기]중 옳은 것을 모두 고르면?



[보기]
ㄱ. 계급의 크기는 10점이다.
ㄴ. 전체 학생 수는 25명이다.
ㄷ. 70점 이상인 학생 수는 11명이다.
ㄹ. 도수가 가장 큰 계급의 계급값은 65점 이다.
ㅁ. 점수가 높은 순서로 20번째인 학생이 속한 계급의 계급값은 75점이다.

① ㄱㄷㄹ　② ㄱㄴㄷㄹ　③ ㄱㄴㄷㅁ　④ ㄱㄷㅁ　⑤ ㄱㄷㄹㅁ

13. 다음 그림은 어느 중학교 1학년 남녀학생의 100m 달리기 기록에 대한 도수분포다각형이다. 다음 |보기| 중 옳은 것을 모두 고르면?



|보기|
㉠ 남학생의 수와 여학생의 수는 같다.
㉡ 남학생의 기록이 여학생의 기록보다 좋다.
㉢ 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 같다.
㉣ 여학생의 기록 중 도수가 가장 큰 계급의 계급값은 17초이다.

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉣ ③ ㉡, ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

1)

14. 다음 중 도수의 합이 다른 두 자료의 분포상태를 비교하기에 가장 좋은 것은?

① 상대도수분포다각형 ② 도수분포표 ③ 도수분포다각형
④ 히스토그램 ⑤ 누적도수분포다각형

15. 다음 설명 중 틀린 것은?

① 상대도수분포를 그래프로 나타낼 때 각 계급의 큰 쪽 끝 값에 그 계급의 상대도수를 대응시킨다.
② 계급값은 각 계급의 중앙의 값이다.
③ 상대도수의 합은 항상 1이다.
④ 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 도수분포다각형의 넓이는 같다.
⑤ 각 계급의 상대도수는 전체도수에 대한 각 계급의 도수 비율이다.

16. 다음 중 옳은 것을 고르면?

① 계급의 크기는 계급의 최댓값이다.
② 히스토그램의 높이는 계급에 비례한다.
③ 도수분포표에서 계급의 개수는 많을수록 좋다.
④ 계급은 자료를 일정한 간격으로 나눈 구간이다.
⑤ 히스토그램에서 각 직사각형의 밑변의 크기는 다르다.

17. 아래의 도수분포표에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

줄넘기(회)	학생수(명)
60^{이상}~80^{미만}	1
80~100	2
100~120	A
120~140	14
140~160	4
합 계	32

① 계급의 크기는 20회이다.
② 도수가 가장 큰 계급의 계급값은 130이다.
③ 줄넘기를 117번 한 학생이 속하는 계급의 도수는 11이다.
④ 줄넘기를 120회 이상 한 학생은 18명이다.
⑤ 줄넘기를 100번 한 학생이 속하는 계급의 도수는 2이다.

18. 수돌이네 반 여학생 20명의 키를 조사한 도수분포표이다. 옳지 않은 것은?

키 (cm)	학생 수 (명)
140^{이상}~145^{미만}	1
145~150	2
150~155	2
(A)	B
160~165	4
165~170	1
합계	20

① 계급의 크기는 5cm이다. ② B에 들어갈 숫자는 10이다.
③ 도수가 가장 큰 계급의 계급값은 157.5cm이다.
④ 키가 160cm미만인 학생은 전체의 70%이다.
⑤ 키가 160cm이상 165cm미만인 계급의 상대도수는 0.2이다.

생활과 수학

1. 최소의 득표로 당선되는 득표수

원리초등학교 전체학생은 529 명이다. 학생회장 1 명을 뽑는데 5 명의 학생이 후보로 나섰다. 이 중 최다득표자 1 명이 당선된다고 한다면 최소의 득표로 당선되는 경우 득표수를 구하여라.(단, 1 인 1 투표이고, 기권이나 무효표는 없다.)

읽을거리

1. 전체를 나타내는 하나 대표값

10점 8 점 8 점 / 9 점 10 점 8 점 / 9 점 9 점 10 점 / 9 점 10 점 10 점.

올림픽 여자 개인 양궁에서 금메달을 받은 박성현 선수의 결승전 점수이다. 박성현 선수가 1 엔드에 3 발씩 4 엔드까지 쏜 12 발의 점수 합계는 110 점으로 평균을 구하면 110/12 약 9.17 이 된다. 이처럼 어떤 값들이 있을 때 그 값들을 대표하는 값으로 가장 흔하게 쓰이는 것은 평균(mean)이다. 대표값으로는 평균 이외에 중앙값(median)과 최빈값(mode)이라는 것도 있다.

중앙값은 값들을 크기 순서로 열거했을 때 가장 중앙에 위치하는 값이다. 주어진 값들이 홀수 개이면 정중앙의 값이 중앙값이 되지만 짝수 개이면 중앙에 위치하는 값이 두 개가 되므로 이 경우에는 두 값의 평균을 중앙값으로 한다. 위의 양궁 점수를 크기에 따라 늘어놓으면 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10 이며 중앙에 위치한 6 번째와 7 번째 값이 모두 9 이므로 중앙값은 9 가 된다.

최빈(最頻)값은 북한에서 '가장 잦은 값' 이라고 부르는 것처럼 출현 빈도가 가장 높은 값을 말한다. 앞의 양궁 점수에는 8 점이 세 번 9 점이 네 번 10 점이 다섯 번 나타나므로 최빈값은 10 이 된다.

대표값으로 평균보다 중앙값이나 최빈값이 더 적절한 경우가 있다. 예를 들어 한 기업에 속한 구성원들의 임금의 대표값을 평균으로 나타내면 임원들이 받는 높은 임금으로 인해 전체적인 임금의 평균이 상당히 올라간다. 그러면 대부분의 사람들이 받는 월급을 훨씬 상회하는 높은 값이 그 기업의 임금을 대표하는 값으로 전체적인 임금 수준을 평가절상 할 수 있다. 이처럼 자료에 극단적인 값이 포함된 경우 에는 평균보다 중앙값이나 최빈값이 더 적당한 대표값이 될 수 있다.

이처럼 상황에 따라 각기 적절한 대표값이 평균 중앙값 최빈값으로 달라질 수 있는데 평균에도 또 여러 가지가 있다. 우리가 흔히 알고 있는 평균은 산술평균(arithmetic mean)으로 앞의 양궁 점수 평균처럼 주어진 값들을 모두 더한 뒤 값들의 개수로 나눈 것이다.

기하평균(geometric mean)은 인구변동률 물가상승률과 같이 변화하는 비율을 나타낼 때 주로 이용된다. 예를 들어 자본금 100 만원으로 사업을 시작하여 첫 해에는

자본금이 2배 두 번째 해는 8배 증가했다고 하자.

2년 동안 2배 8배 늘어났으므로 처음에 비해 총 16배가 늘어났고 매년 평균 배 증가한다고 놓으면 2년 뒤 자본금은 $100\times a\times a=100\times 2\times 8$ 이므로 $a=4$가 된다. 이처럼 자본금의 평균적인 증가율을 구할 때에는 기하평균을 사용한다. 만일 2배와 8배의 산술평균을 구한다면 5배가 되어 실제 평균증가율을 상회하게 된다.
기하평균이라는 용어는 고대 그리스에서부터 사용되기 시작하였다. 앞의 상황에서는 기하평균이 4로 유리수가 되었지만 대부분의 경우 기하평균은 제곱근을 구하므로 무리수가 된다. 고대 그리스에서는 무리수를 수로 인정하지 않았기 때문에 이와 같이 구한 평균은 기하적인 의미만을 갖는다고 하여 기하평균이라는 이름을 붙였다. 예컨대 두 변이 a, b인 직사각형과 같은 넓이를 갖는 정사각형의 한 변의 길이는 기하평균인 $\sqrt{ab}$가 된다.

두 값 a, b의 조화평균은 $2ab/(a+b)$로 구하는데 이는 음악의 음계와 관련된다. 예를 들어 현악기에서 원래 현의 길이를 1이라고 할 때 길이를 1/2로 줄이면 한 옥타브 높은 음이 되며 여기서 1과 1/2의 조화평균을 구하면 2/3가 된다. 현악기의 현의 길이를 2/3로 하면 5도 높은 음을 얻게 되는데 1도와 5도 즉 ‘도’와 ‘솔’은 잘 어울리는 음이다.

이처럼 조화평균(harmonic mean)은 하모니를 이루는 조화로운 음을 만든다는 의미에서 붙여진 이름이다. 그 외에 일정한 거리를 a의 속도와 b의 속도로 움직일 때 두 속도의 평균 역시 조화평균이 된다. 일반적인 산술평균 이외에 기하평균과 조화평균을 이해하게 되면 여러 가지 평균을 보다 정확하게 해석할 수 있다.